MINISTERUL EDUCAŢIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI SI SPORTULUI
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI TIMIŞ

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

etapa locală – 18 februarie 2012

CLASA A VII-A

SOLUŢIE ŞI BAREM DE CORECTARE:

Subiectul I	**Punctaj**
$S = 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2 \cdot 3^2 + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4^2 + ... + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot 2011(2011 - 2012) =$	3p
$= 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2 \cdot 3^2 + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4^2 + ... + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot 2010^2 - 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot 2011 = ...$	3p
$= 1 \cdot 2^2 - 1 \cdot 2 \cdot 3 = -2$	3p
Din oficiu	1p

Subiectul II	**Punctaj**
a) $\sqrt{15} < 4 \Rightarrow \sqrt{5+\sqrt{15}} < \sqrt{9} = 3$	2p
Repetă procedeul pentru a demonstra că $\sqrt{21+\sqrt{13+\sqrt{5+\sqrt{15}}}} < 5$	1p
Analog, $\sqrt{22+\sqrt{6+\sqrt{4+\sqrt{24}}}} < 5$	2p
b) $U(2^{2009}) = 2$	1p
$U(3^{2010}) = 9$	1p
$U(4^{2010}) = 6$	1p
Finalizează	1p
Din oficiu	1p

Subiectul III	**Punctaj**
Fie $\{O\} = AC \cap BD$.	
$[BO]$ şi $[CM]$ sunt mediane ale triunghiului ABC	3p
$\Rightarrow \{P\} = MC \cap BO$ este centrul său de greutate.	3p
$\Rightarrow P \in [AN]$	3p
Din oficiu	1p

Subiectul IV	**Punctaj**
$(\Rightarrow)$ $PQ \parallel d \Rightarrow m = n$	
Suma din enunţ devine $1 + 1 + 1 + ... + 1 = k + 1$ ($k + 1$ termeni)	3p
$(\Leftarrow)$ $k + 1 = 1 + 1 + 1 + ... + 1$. Relaţia din enunţ se poate scrie:	1p
$\frac{m}{n} - 1 + \frac{m+1}{n+1} - 1 + \frac{m+2}{n+2} - 1 + \cdots + \frac{m+k}{n+k} - 1 = 0$	1p

$$\Rightarrow \frac{m-n}{n} + \frac{m-n}{n+1} + \frac{m-n}{n+2} + \cdots + \frac{m-n}{n+k} = 0$$ $$(m-n)\left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \cdots + \frac{1}{n+k}\right) = 0$$ Cum a doua paranteză e nenulă, rezultă m – n = 0 ⇒ m = n	2p 1p 1p
Din oficiu	1p